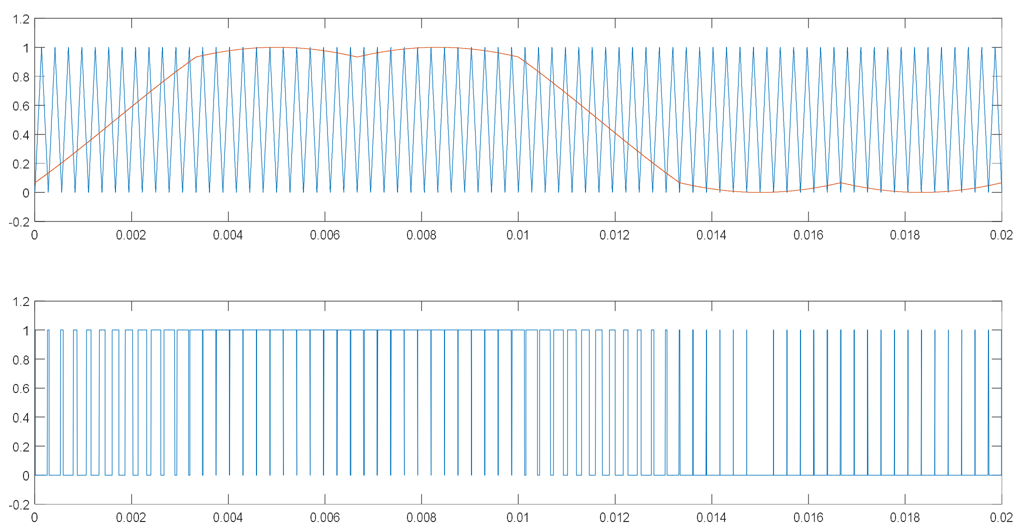
УТИЦАЈ РЕФЕРЕНЦЕ (МОДУЛИШУЋЕГ СИГНАЛА) И НОСИОЦА НА ХАРМОНИЈСКИ СПЕКТАР НИЖИХ ХАРМОНИКА ИЗЛАЗНОГ НАПОНА *leg-a* КОД ИНВЕРТОРА

Једна грана инвертора (један leg) састоји се из два прекидачка елемента која су везана на ред. У зависности од стања прекидача, напон на излазу може да узме једну од две дискретне вредности, које се обележавају са 1 и 0 (са 1 се сматра стање у којем проводи горњи прекидачки елемент, а са 0 стање у којем проводи доњи прекидачки елемент).

Сигнали за паљење и гашење ових прекидачких елемента могу се генерисати на различите начине, а у овом тексту биће представљен начин код ког се за генерисање ових сигнала користи поређење двају сигнала: референце и носиоца (слика испод):



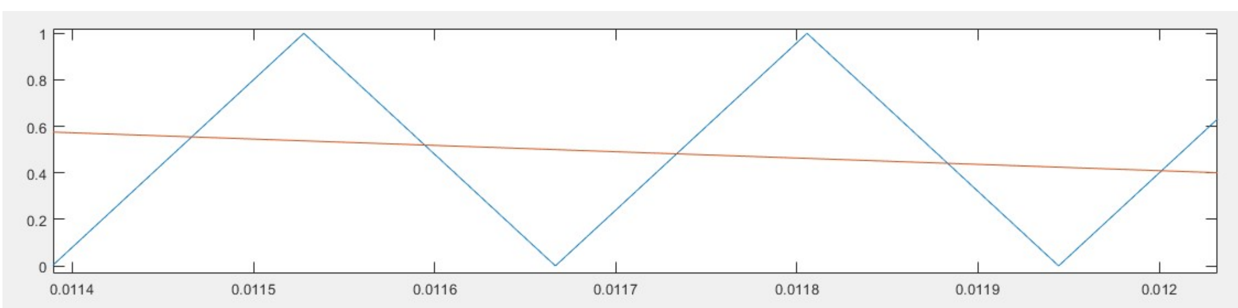
На првој слици приказани су троугаони носилац, учестаности f_s и референца, односно модулишући сигнал. Логика је следећа: када је модулишући сигнал (референца) већа од носиоца, горњи прекидачки елемент проводи, док је доњи отворен – стање 1. У обрнутом случају доњи елемент проводи, док је горњи отворен – стање 0.

Дакле, када је активно стање 1, напон на излазу инверторске гране узима вредност $+V_{dc}$, док за стање 0 узима вредност 0[1].

Због тога је средња вредност излазног напона на интервалу T_s: $\langle v_{out}\rangle_{kT_s-(k+1)T_s} = \frac{t_{on}}{T_s}V_{dc} = D(kT_s)V_{dc}$ где је t_{on} време током ког је грана била у стању 1, T_s период носиоца, а $D(kT_s)$ *duty cycle* на интервалу од тренутка kT_s до тренутка $(k+1)T_s$. *Duty cycle* се мења у времену (односно није на сваком интервалу T_s константан). Другим речима, и t_{on} и *duty cycle* су функције времена, што се може видети и са претходне слике.

Сада је неопходно анализирати хармонијски спектар излазног напона инверторске гране, који у принципу представља правоугаоне поворке амплитуде V_{dc} и различитих трајања t_{on}. Овде је као реферeца (модулишући сигнал) узет произвољан сложенопериодичан сигнал (који у себи садржи такође и једносмерну компоненту), јер је то најопштији случај. Случај када се за референцу узима простопериодичан сигнал (синусоида) назива се *синусна PWM модулација.*

У извођењима која следе користе се следеће апроксимације: сматра се да је период носиоца T_s (троугаоног импулса) довољно пута мањи од периода референце (модулишућег сигнала) да се вредност референце може сматрати константом на периоду T_s. На неколико места биће искоришћена чињеница да је T_s довољно мало, па се суме у којима фигурише ова вредност могу заменити интегралом (односно $T_s \rightarrow dt$).



Ради прегледности, приказана су два троугаона импулса и то на временском интервалу где је референца најстрмија (односно има највећи нагиб), што се може видети и са прве слике. У овом конкретном примеру коришћена је прекидачка

[1] излазни напон зависи од референтне тачке које се узме за тачку нултог потенцијала. Негде у литератури се може наићи и на симетричне вредности $+V_{dc}/2$ за стање 1 и $-V_{dc}/2$ за стање 0, а разлика је управо у *offset*-у у вредности од $-V_{dc}/2$, што је последица другачије изабране референтне тачке нултог потенцијала. Међутим, као што је опште познато, ниједан напон, као разлика два потенцијала, неће зависити од избора рефернтне тачке нултог потенцијала.

учестаност *f_s = 3.6 kHz,* која свакако није стандардна, али је овде узета ради лакшег цртања датих графика. Прекидачке учестаности коришћених елемената могу бити знатно веће, па се може закључити да су сваким додатним повећањем прекидачке учестаности уведене апроксимације све више оправдане.

Посматрајући један троугаони импулс, на основу сличности троугла може се извести следећа једнакост:

$$\frac{t_{off}}{T_s} = \frac{1 - u_{ref}}{1}$$

где је t_{off} време стања 0 током периода T_s (важи $T_s = t_{on} + t_{off}$), док је са u_{ref} означена вредност референце, за коју се може сматрати да је константа на периоду T_s.

Следи да је: $$\frac{t_{on}}{T_s} = 1 - \frac{t_{off}}{T_s} = u_{ref}$$

односно: $$\langle v_{out} \rangle_{T_s} = \frac{t_{on}}{T_s} V_{dc} = \frac{u\_ref}{V_{n,pp}} V_{dc}$$

где је $V_{n,pp} = 1$ *peak-to-peak* вредност ноциоца.

Дакле, врло важан закључак:

СРЕДЊА ВРЕДНОСТ ИЗЛАЗНОГ НАПОНА ПОСМАТРАНА НА ИНТЕРВАЛУ ОДАБИРАЊА $\boldsymbol{T_s}$ ЈЕДНАКА ЈЕ ПРОИЗВОДУ ВРЕДНОСТИ МОДУЛИШУЋЕГ СИГНАЛА $\boldsymbol{u_{ref}}$ НА ТОМ ИНТЕРВАЛУ И НАПОНА ЈЕДНОСМЕРНОГ МЕЂУКОЛА $\boldsymbol{V_{dc}}$.

На основу ове чињенице могуће је одредити амплитуде нижих хармоника излазног напона:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T v_{out} \sin n\omega t \, dt =$$

$$= \frac{2}{T} \left(\int_0^{T_s} v_{out} \sin n\omega t \, dt + \int_{T_s}^{2T_s} v_{out} \sin n\omega t \, dt + \cdots + \int_{(k-1)T_s}^{kT_s} v_{out} \sin n\omega t \, dt \right)$$

где је $k = \frac{T}{T_s}$ однос периоде модулишућег сигнала и периоде носиоца. Даље, уколико претпоставимо да је ред хармоника n довољно мали да се не мења значајно на интервалу ширине T_s (важи само за довољно ниске хармонике), члан $\sin n\omega t$ је могуће извући испред сваког интеграла. Стога је:

$$a_n = \frac{2}{T} \left(\sin n\omega T_s \int_0^{T_s} v_{out} dt + \sin 2n\omega T_s \int_{T_s}^{2T_s} v_{out} dt + \cdots + \sin kn\omega T_s \int_{(k-1)T_s}^{kT_s} v_{out} dt \right) =$$

$$= \frac{2}{T}\left(\langle v_{out}\rangle_{0-T_s} T_s \sin n\omega T_s + \langle v_{out}\rangle_{T_s-2T_s} T_s \sin 2n\omega T_s + \cdots + \langle v_{out}\rangle_{(k-1)T_s-kT_s} T_s \sin kn\omega T_s\right)$$

где је $\langle v_{out}\rangle_{mT_s-(m+1)T_s}$ средња вредност излазног напона на интервалу $[mT_s, (m+1)T_s]$. Даље важи:

$$a_n = \frac{2}{T} V_{dc} T_s\left(u_{ref}(T_s) \sin n\omega T_s + u_{ref}(2T_s) \sin 2n\omega T_s + \cdots + u_{ref}(kT_s) \sin kn\omega T_s\right) =$$

$$= \frac{2}{T} \sum_{m=1}^{k} u_{ref}(mT_s)\, T_s \sin n\omega m T_s$$

Сада, применом апроксимације ($mT_s \to t, \quad T_s \to dt, \quad \sum \to \int_T$), за a_n се добија:

$$a_n = \frac{2}{T} V_{dc} \int_T u_{ref}(t) \sin n\omega t \, dt$$

Потпуно аналогно, користећи се истим поступком и позивајући се на исте апроксимације добија се:

$$b_n = \frac{2}{T} V_{dc} \int_T u_{ref}(t) \cos n\omega t \, dt$$

као и:

$$a_0 = \frac{1}{T} V_{dc} \int_T u_{ref}(t) dt$$

Сада је лако одредити амплитуду било ког хармоника као: $c_k = \sqrt{{a_k}^2 + {b_k}^2}$

Дакле, за анализу једносмерне компоненте, основног, као и нижих хармоника (довољно ниских) излазног напона гране инвертора довољно је анализирати хармонијски састав референце.

Управо на тај начин добија се за горе дати пример да је амплитуда основог хармоника излазног напона $U_{max,1} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{dc}$, што је потврђено и нумерички применом програмског пакета Matlab.

ВАЖНА НАПОМЕНА: Треба напоменути да претходно изложен текст, са поменутим математичким извођењем важи искључиво за линеарни режим рада инвертора, односно за ситуацију у којој тренутна вредност референце ни у једном тренутку не премашује амплитуду носиоца.